# 认识立体几何

从平面图形，走进立体世界

高中立体几何第一节入门课 · 默认28分钟，可调整为25或30分钟 · 原创教学设计稿，未实班试教

## 一、定位与目标：先建立空间认识

学生已有正方形、矩形、圆等平面图形，以及生活中简单立体的直观经验。尚未系统学习平面基本性质、空间位置关系、空间向量或立体几何证明。本节不以截面边数、棱柱棱锥的完整定义或公式计算为主线。

> **核心问题：怎样从一张平面图像，认识一个完整的空间几何体？**
>
> 依次经历“生活抽象—按表面特征分类—分组认识结构—换位补充信息”，形成初步空间观念。数学理想模型与实物、物体表面与平面、投影图像与物体本身，分别作出区分。

### 可观察的学习目标

1. 能把纸盒、规则罐子和球类物品的基本形状分别抽象为长方体、圆柱、球，并说出暂时忽略的实物特征。
2. 能以“表面是否全部由平面多边形组成”为依据，分类六种模型；用圆锥说明“有尖顶”不能作为多面体的充分标准。
3. 能按层或按组数出正方体的顶点、棱、面，包含暂时看不见的部分，并说明不重不漏的计数方法。
4. 能比较约定方向的正交投影，举例说明单一轮廓通常不足以唯一确定几何体。

**重点：**认识常见几何体及点、线段、面的结构联系。**难点：**把当前看到的图像与完整对象区分开；把具体的正方形面与抽象的平面区分开。

### 概念与用语边界

- **多面体：**由若干平面多边形围成的几何体。圆柱、圆锥、球不属于本次六个模型中的多面体组。
- **表面不全是平面：**球的表面是曲面；圆柱和圆锥同时涉及平的底面与曲的侧面。日常“面”的宽泛说法不能直接等同于数学中的平面。
- **棱与顶点：**本课结构计数针对正方体。圆柱圆形边界不按本课多面体“棱”的定义计入；圆锥有顶点也不能据此判断为多面体。
- **线段、直线、平面：**正方体的棱对应线段；棱所在的直线可以向两端无限延伸。正方形面是平面的一部分；图上的有限范围只是平面的示意。
- **观察与投影：**正视与俯视比较采用约定方向的正交投影。自由旋转和透视观察用于空间体验，不把它们混称为标准视图。

### 课前准备与组织方式

教师电脑与投影；每生一份两页学习单；可选纸盒、规则罐子、球和正方体框架。先检查开课按钮、计时、三维旋转与视图预设。页面判断与分类只记录在这台设备上，不是全班统计。

有学生终端时，四人分工为观察、操作、记录、质疑。无学生终端时，先在纸上分类与计数，再由学生指挥教师操作并解释。准备的六幅静态模型图可在交互故障时替代演示。

## 二、28分钟结构与时间调整

| 时段 | 环节 | 核心任务 | 可收集证据 |
| --- | --- | --- | --- |
| 0–3分 | 轮廓猜物 | 正方形轮廓能否确定正方体? | 初始判断与另一个可能模型 |
| 3–7分 | 从面到体 | 平面与立体、实物与模型 | 三种实物抽象及忽略特征 |
| 7–13分 | 观察分类 | 六模型按表面特征归类 | 分类表及圆锥的归类理由 |
| 13–18分 | 点线面体 | 正方体的顶点、棱、面 | 计数与分组依据 |
| 18–23分 | 换位观察 | 正视、俯视与单图局限 | 轮廓预测和反例说明 |
| 23–26分 | 当堂检测 | 分类、结构、投影三题 | 判断与一句理由 |
| 26–28分 | 回扣提升 | 用例子说一种空间方法 | 修正初始判断与作业任务 |

**25分钟：**分类减1分钟，换位减1分钟，小结减1分钟，不启用截面加餐。**30分钟：**从面到体加1分钟，分类加1分钟，用于增加学生解释。独立检测保留3分钟。

## 三、逐环节讲稿与问题链

### 0–3 分钟　轮廓猜物：制造有价值的“不确定”

教师开场

“屏幕上是一个立体从正面看过去的轮廓。你看到正方形，就能确定它一定是正方体吗？先独立判断，再写一句理由。也想一想：有没有第二种可能？”

“我们换成模型B，轮廓还是正方形。现在揭示完整模型并转动它，你愿意怎样修正自己的判断？”

**操作：**第1环节先展示无内部结构的正视轮廓，不显示模型名称。学生作答后，点击“验证猜想”，切换到圆柱的相同轮廓，再使用完整模型按钮或旋转核验。

**数学依据：**正方体棱长与直立圆柱的高、底面直径相等时，在这里约定的水平正交投影下，二者的轮廓都是相同大小的正方形。不是说任意方向都相同，也不是说任意高宽比例的圆柱都呈正方形。

**学生可能回答：**“看见正方形所以是正方体”“圆柱正面也能一样”“应该再换一个角度”。教师保留不同判断，不把初始猜想误记为已掌握或未掌握知识的成绩。

## 3–7 分钟　从面到体：建立数学抽象

关键提问

“这个正方形，与这个正方体，是同一种研究对象吗？正方体表面上的一个正方形，能不能代表整个正方体？”

“把纸盒看成长方体时，我们保留了什么？印在盒上的文字、纸板材质和颜色，都是今天必须研究的吗？”

**操作：**先在“正方形”与“正方体”之间切换，再展示纸盒、罐子、球对应的理想模型。二维正方形使用平面示意图，避免拿“很薄的长方体”冒充没有厚度的平面图形。

**预期：**平面图形位于一个平面内；正方体是占有空间、有体积的几何体。屏幕本身仍为平面，三维图像只是空间对象的表示。抽象时保留形状与大小，暂不研究纹理、颜色和材质。

**纠错：**“球等于圆”“一张纸就是数学平面”都需要修正。实物有厚度和边界；数学中的圆是平面图形，球是空间几何体；平面可以向四周无限延伸。

## 7–13 分钟　观察分类：标准要经得住检验

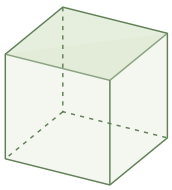
任务发布

“这里有六种模型。每组先提出一个分类标准，再把它们分组。标准要能说清楚，也要能处理圆锥这样既有尖顶、又有曲面的对象。”

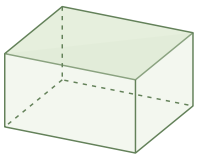
“如果按‘有尖顶’来判断多面体，圆锥会怎样？如果改成‘表面是否全部由平面多边形组成’，它应该放在哪里？”

**6分钟安排：**提出标准1分钟，转动并分类2分钟，说明依据2分钟，圆锥反例修正1分钟。右侧分类面板可独立选择两类，六种均完成后核对；不要先连续播放标准答案。

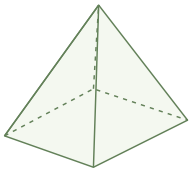
**接纳与收束：**学生提出“像柱子、像锥子、像球”等直观分类可以先接受；随后围绕表面特征统一到本节的“多面体 / 表面含曲面”标准。正四棱锥在本节只作模型名称与观察对象，不要求完整推导棱锥定义。



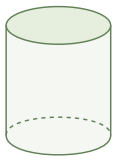
正方体



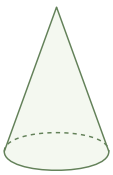
长方体



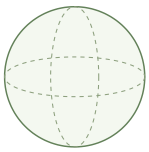
正四棱锥



圆柱



圆锥



球

**归类结果：**前三个为多面体；后三个表面含曲面。关键不是报对分组，而是能用“圆锥有曲面”反驳“有尖顶就是多面体”。

### 13–18 分钟　点线面体：看不见，不等于不存在

结构追问

“先不转模型，你能数清正方体的顶点、棱、面吗？数不清时，不要一个接一个乱追着数，试着分成几组。”

“你数到的棱是否包含后面的？转过去以后，增加的是新的棱，还是原来没有看见的棱？”

“橙色的这一条棱，是线段还是完整的直线？这个正方形面，是不是整个无限延伸的平面？”

**操作：**独立填写三个计数；依次点击“观察顶点”“观察棱”“观察一个面”，旋转核对。先由学生解释分组，再逐步显示结果。

$$V = 4 + 4 = 8, \qquad E = 4 + 4 + 4 = 12, \qquad F = 2 + 4 = 6$$

**概念联系：**正方体相邻面的公共边是棱；棱的公共端点是顶点。这些具体结构帮助认识点、线段与平面的一部分。不要把正方体的计数模式直接套到球或圆柱上。

**评价：**数字正确只是第一步；能说清“上下两组顶点、三组棱、上下与四周的面”，才体现了有序观察。无需在本节引入欧拉公式。

### 18–23 分钟　换位观察：把方向也作为信息

先预测，再切换

“正方体从正面看是正方形，从上面看还会一样吗？圆柱呢？每次点击之前，请先画出你的预测。”

“圆柱和球的俯视轮廓都可以是圆。现在回到开头：只凭一张轮廓图，为什么不一定能确定完整对象？”

“转动后变的是投影图像。几何体原来有多少条棱、表面是平还是曲，会被观察方向改变吗？”

| 模型与约定 | 正视轮廓 | 俯视轮廓 |
| --- | --- | --- |
| 棱分别沿约定方向的正方体 | 正方形 | 正方形 |
| 轴竖直的圆柱 | 矩形，高等于直径时为正方形 | 圆 |
| 球 | 圆 | 圆 |

**操作：**用正视与俯视预设保证正交投影，先预测再切换。自由旋转之后，点击预设可恢复标准方向。本节不要求正式的三视图作图规范或复杂组合体识别。

**纠错：**“看起来扁了就是物体变形”“球的投影是圆，所以球面是平面”“一个圆形俯视图只能是球”，均用对照模型和观察方向澄清。

### 23–26 分钟　当堂检测：三条理由检验认识

独立作答90秒，再核对与订正。页面只评价本机判断，理由写在学习单上，由同伴或教师核验。

| 题目 | 判断 | 理由要点 |
| --- | --- | --- |
| 圆锥有尖顶，所以它是多面体。 | 错误 | 侧面是曲面，不满足由平面多边形围成的条件。 |

| 题目 | 判断 | 理由要点 |
| --- | --- | --- |
| 正方体有十二条棱，包括看不见的棱。 | 正确 | 上层、下层和连接两层各四条。 |
| 仅凭圆形俯视轮廓，能否确定物体为球？ | 不能 | 直立圆柱也可有圆形俯视轮廓。 |

**建议量规：**每题判断1分、关键理由1分，共6分。三题分别对应分类依据、有序结构观察与单图局限。至少5分且三个理由都有实质信息，可作为目标基本达成的备课判据；没有实际采集成绩前不宣称班级达成率。

### 26–28 分钟　回扣提升：带走一种看空间的方法

结束语

“今天，我们没有只记几个几何体的名字。我们从实物中抽象模型，按标准分类，分组认识结构，再换一个角度补充信息。选一种方法，用一个例子说给同伴听。”

“刚开始只看到正方形，现在你知道：一个轮廓之外，还可能藏着不同的空间。认识立体几何，就从把目光转向完整对象开始。”

**必做：**找一件身边物品，画出理想几何模型；写出抽象时忽略的特征；比较两个方向的轮廓。**选做：**体验平面截过模型，观察截面形状。截面只作课后问题，不挤占主课时间；25分钟版本隐藏截面加餐按钮。

## 四、板书、说课与技术使用

**实物 → 模型**

保留形状与大小

暂略材质、纹理、颜色

正方形 ≠ 正方体

**结构与分类**

表面全部为平面多边形 → 多面体

正方体：顶点8、棱12、面6

分组计数，包含隐藏部分

**图像与对象**

方向变化 → 图像可变

结构与表面性质不因此改变

单图不一定确定完整对象

**约90秒说课陈述：**“本课是高中立体几何的入门课，目标是建立空间认识，而非提前训练证明和公式。用相同正方形轮廓对应不同立体，引发学生对单图局限的认识；再通过生活抽象、六模型分类和正方体有序计数，形成形状与结构的初步联系。分类不止报名称，而让圆锥检验标准；计数不止报数字，而让隐藏部分检验观察方法；换位不止看动画，而要求先预测再核对。技术的价值在于可旋转、可分层突出、可控制正交方向；纸笔记录和一句理由让学生思考可见。三道离堂题分别检查分类、结构与观察信息，形成从导入到检测的闭环。”

### 避免三个偏差

- 不把课堂变成几何体名称的连续展示；每次操作前有任务，操作后有理由或记录。
- 不把“所有面都是平的”“有尖顶就是多面体”“正方体的棱是一条完整直线”当作正确结论。
- 不把本节扩展成截面证明、空间向量、完整三视图规范或公式计算课。

## 五、使用与核验说明

1. 双击项目中的“打开赛课.cmd”，默认进入《认识立体几何》。选择25、28或30分钟；“重新开课”清除本机本课测试进度。
2. 点击“专注投屏”可收起页头。环节跳转后计时暂停，教师手动启动；提示与答案逐步揭示。
3. 初始轮廓用相同高宽与正交方向生成，隐藏内部线条与名称；完整模型按钮用于揭示真实结构。
4. 平面正方形使用独立二维示意，未将薄长方体当作二维图形；顶点、棱、面高亮只用于正方体结构观察。
5. 六模型分类与计数反馈只存在本机，不收集学生真实身份。不把本机正确项当全班统计。
6. 交互故障时，用本备课六幅静态图、实物和学习单继续教学。断网不影响随项目附带的本地资源。

原《一刀之间》截面专题保留在 lesson.html，作为独立后续专题，不属于本次入门课主线。本版经过本地界面与PDF检查，未经历真实学生试教；请在正式赛课前按完整时长试讲并据学生反应修订。